

Las Crisis de Liquidez en los Mercados de Deuda Soberana

Juan Carlos Conesa

Stony Brook University

Timothy J. Kehoe

University of Minnesota, Federal Reserve Bank of Minneapolis,
y National Bureau of Economic Research

Junio 2022

Resumen

Presentamos un modelo dinámico sencillo en que el gobierno de una economía abierta pequeña puede experimentar una crisis financiera y acabar en un impago de la deuda soberana. Que una crisis ocurra o no depende de las expectativas de los inversores internacionales y no solo en factores fundamentales como los cambios en la renta nacional o cambios en los tipos de interés internacionales. En nuestro modelo, si los inversores esperan una crisis, no compran las emisiones de deuda nueva y el gobierno no puede refinanciar la deuda que vence. Nuestro modelo también permite crisis basadas en variables fundamentales. Nos referimos a estas últimas como crisis de solvencia y a las crisis que dependen de expectativas de los inversores que se autocumplen como crisis de liquidez. Como en otros modelos de crisis de deuda, el gobierno puede eliminar la posibilidad de una crisis reduciendo el volumen total de deuda. A diferencia de los modelos en que las crisis solo dependen en fundamentales, el gobierno puede eliminar la posibilidad de una crisis de deuda incrementando la madurez de la deuda, reduciendo así la necesidad de refinanciación.

Abstract

We present a simple dynamic model in which the government of a small, open economy can experience a financial crisis during which it defaults on its sovereign debt. Whether or not a crisis occurs can depend on the expectations of international investors and not only on fundamental factors like changes in national income or changes in the international interest rate. In our model, if investors expect a crisis to occur, they do not purchase new bonds issued by the government and the government is unable to refinance its existing debt. Our model also allows for crises that depend on fundamentals. We refer to the crises that depend on fundamentals as solvency crises and the crises that depend on self-fulfilling expectations of investors as liquidity crises. As in other models of debt crises, the government can eliminate the possibility of a crisis by lowering its total stock of debt. Unlike in models in which crises depend only on changes in fundamentals, the government can eliminate the possibility of a liquidity crisis occurring by lengthening the maturity of its debt and thereby reducing its refinancing needs.

1. Introducción

En este artículo desarrollamos una versión sencilla del modelo de Cole y Kehoe (1996, 2000) para el análisis de las crisis de liquidez en mercados de deuda. Este tipo de crisis de deuda es frecuente y aun así ha recibido mucha menos atención por parte de los investigadores que las crisis de deuda que dependen exclusivamente de factores fundamentales. Esta versión del modelo está basada a su vez en el trabajo de Conesa y Kehoe (2017). Nuestro modelo es sencillo en tanto que no tiene inversión privada y capital como es el caso en Cole y Kehoe (1996, 2000) y no tiene renta estocástica como en Conesa y Kehoe (2017).

En nuestro modelo, el gobierno de una economía abierta pequeña puede experimentar una crisis financiera que resulta en un impago de la deuda soberana. Que una crisis ocurra o no depende de las expectativas de los inversores internacionales, a diferencia de otros modelos en la tradición de Eaton y Gersovitz (1981), como Hamann (2002), Aguiar y Gopinath (2006), Arellano (2009) y muchos otros, en que factores fundamentales como cambios en la renta nacional o en los tipos de interés son los únicos determinantes de las crisis de deuda. García Rodríguez (2022) proporciona una excelente explicación de cómo funcionan estos modelos. En nuestro modelo, si los inversores esperan una crisis, no compran las emisiones de nueva deuda y el gobierno no puede refinanciar la deuda que vence. Nuestro modelo también permite crisis basadas en factores fundamentales. Nos referimos a las crisis que dependen de fundamentales como crisis de solvencia, y a las crisis que dependen de las expectativas autocumplidas de los inversores como crisis de liquidez. Como en otros modelos, el gobierno puede reducir la probabilidad de una crisis de deuda reduciendo el volumen total de esta. A diferencia de otros modelos, el gobierno puede reducir la probabilidad de una crisis alargando la madurez de la deuda, reduciendo así las necesidades de refinanciación.

Una crisis de deuda ocurre cuando un gobierno soberano no hace frente a los pagos establecidos. En anticipación a esta posibilidad es natural que los deudores exijan una prima de riesgo, un mayor rendimiento de esa deuda que compense por la posibilidad de un impago. Por lo tanto, la prima de riesgo refleja la probabilidad que los inversores internacionales asignan a la posibilidad de un impago. De ahí se derivan las diferencias a lo largo del tiempo y entre países de la prima de riesgo. España paga una prima de riesgo más alta que Alemania porque los inversores internacionales estiman que la probabilidad de un impago es más alta en España que en Alemania. En el verano de 2012 la prima de riesgo española se disparó porque los inversores percibieron un aumento radical de la probabilidad de que en España se produjera una crisis de deuda. Por tanto, un aumento de la prima de riesgo no

constituye una crisis de deuda, sino que es un indicador de que los inversores han aumentado sus expectativas de que ocurra una crisis de deuda.

Los elementos que hacen posible una crisis de deuda son:

- El gobierno no tiene la capacidad de comprometerse ex-ante a respetar los pagos establecidos. Si existiera esa capacidad de compromiso, o lo que es lo mismo, si el castigo por un impago fuera infinito, entonces nunca observaríamos impagos y en consecuencia no existiría la prima de riesgo en dichos contratos. En este punto es crucial la inexistencia de un poder jurídico que tenga jurisprudencia sobre todos los gobiernos soberanos y pueda imponer castigos y condiciones en caso de problemas de pago. Este aspecto marca una gran diferencia con respecto a los contratos de deuda entre particulares de una misma jurisdicción jurídica, donde el deudor puede reclamar legalmente el pago y los tribunales de justicia tienen jurisprudencia sobre los casos de impago.
- El gobierno no tiene la capacidad de escribir contratos de deuda contingentes en todas las potenciales eventualidades. Sería materialmente imposible escribir contratos de deuda que recogieran cual sería la estructura de pagos en caso de una recesión de determinado grado de severidad, una guerra en Ucrania de tantos meses, de que haya sequía en California y un gobierno de determinado signo llegue al poder en cualquier parte del mundo, y millones de circunstancias más. No es que todos esos eventos sean impredecibles, que lo son, sino que nunca se podría formular un contrato que recogiera todas esas potenciales eventualidades.

Los contratos de deuda son (con escasas excepciones) contratos nominales no contingentes. Estipulan un pago determinado en, por ejemplo, euros para una fecha futura estipulada, con independencia de las circunstancias que puedan darse en esa fecha. Eso abre la posibilidad a que en determinadas circunstancias el gobierno decida que no puede hacer frente a los pagos, o lo que es lo mismo que aun pudiendo hacer frente a estos es mejor para el propio gobierno y/o para la ciudadanía no hacer frente a dichos pagos.

Una peculiaridad adicional de los contratos de deuda es que constituyen de contratos a diferentes horizontes temporales. Los gobiernos subastan semanalmente letras del tesoro a 3 meses, un año, diez o treinta años. Incluso en algunos periodos históricos algunos países han emitido deuda a perpetuidad. La estructura de la deuda pre-existente (aquella que aún está pendiente de “madurar”) condiciona la

periodicidad y magnitud de los pagos, lo que denominamos el servicio de la deuda, que es el elemento clave para determinar si un país o una administración puede o quiere hacer frente a dichos pagos. Así, el servicio de la deuda depende de los tipos de interés, pero también depende crucialmente de la estructura de la deuda.

En la práctica, los gobiernos deben refinanciar continuamente una fracción no trivial del total de su deuda, y esto depende de su estructura. Cuanto más corta sea la madurez de la deuda, mayor es el servicio de la deuda y más frecuentemente hay que refinanciar dichas deudas. Más aun, no es lo mismo la madurez de la deuda que su duración. Un bono que paga 1 euro en un año, 1 euro a dos años, y 5 euros a tres años, genera una estructura de pagos distinta de un bono que paga una cuantía de 2 euros por año durante tres años. La madurez de ambos bonos es la misma (tres años), pero el segundo bono representa una mayor concentración de los pagos en el futuro reciente en comparación con el primer bono, es decir, el segundo bono tiene una duración más baja, entendida como el número de años promedio ponderado de los pagos previstos.

Existen dos mecanismos distintos por los cuales se puede desencadenar una crisis de deuda:

- Las crisis de solvencia: Los inversores internacionales están dispuestos a refinanciar e incluso aumentar la deuda, al precio que les compense por la probabilidad de impagos futuros. Sin embargo, normalmente debido a una caída persistente en los recursos fiscales del gobierno, el servicio de la deuda presente y/o futura se vuelve excesivamente costoso para el gobierno y prefiere suspender los pagos.
- Las crisis de liquidez: Estas ocurren cuando los recursos fiscales son suficientes para garantizar los pagos siempre y cuando los mercados de deuda estén operativos. Sin embargo, por alguna razón la desconfianza de los inversores internacionales limita el acceso habitual al crédito por parte del gobierno, y esto acaba generando impagos dada la imposibilidad de refinanciar la deuda pre-existente.

Observe como las crisis de solvencia ocurren por cambios en los fundamentales de la economía: una crisis económica severa y persistente, una caída de los ingresos fiscales o un aumento inesperado de las necesidades de gasto del gobierno. En cambio, las crisis de liquidez se pueden producir en ausencia de ningún cambio en los fundamentales de la economía. Por su propia naturaleza son crisis auto-

cumplidas: los inversores no quieren invertir en deuda de este país por miedo a un impago, con lo cual el país pierde la capacidad de refinanciar la fracción de deuda que debe servir en un momento determinado, y eso puede acabar resultando en un impago. Es por esto que a este tipo de crisis también se las denomina crisis de re-financiación (en inglés “rollover crises”).

En la práctica es difícil discernir un tipo de crisis de otro. Lo único que observamos es que un determinado país ha suspendido pagos, pero tenemos muy poca información acerca de la disponibilidad o no de los inversores internacionales para re-financiar esa deuda. Un aspecto que se suele utilizar es la existencia de subastas fallidas de deuda. En la mayoría de los países una parte importante de las nuevas emisiones de deuda se realizan en subasta pública. Una subasta fallida suele ser un indicador de pánico entre los inversores. En un trabajo reciente Bocola y DAVIS (2019) proponen identificar los dos tipos de crisis a partir de la respuesta de los gobiernos en relación a las decisiones sobre la madurez de la nueva deuda emitida.

Las crisis de liquidez pueden desencadenarse de forma inesperada en cualquier momento, sin que los fundamentales hayan empeorado sustancialmente. Al mismo tiempo, algo que cambie radicalmente las expectativas de los inversores internacionales puede erradicar de golpe la posibilidad de una crisis de liquidez. Esta es la interpretación que hacemos del impacto de la famosa declaración de Draghi en verano de 2012: “whatever it takes”. Si los inversores internacionales perciben que una institución, en este caso el Banco Central Europeo, está absolutamente comprometido a proveer la liquidez necesaria para refinanciar la deuda de España, entonces dichos inversores cambian sus expectativas respecto a la posibilidad de una crisis de deuda y la prima de riesgo debiera caer inmediatamente.

2. El modelo

En este modelo vamos a estudiar el comportamiento estratégico óptimo de un gobierno que no tiene capacidad de comprometerse a satisfacer los pagos y que vende deuda en mercados donde los inversores pueden entrar en pánico por razones exógenas en cualquier momento.

Los tres tipos de agentes que existen en este modelo son:

- El gobierno (o mejor dicho los sucesivos gobernantes).
- Inversores internacionales; hay un continuo de ellos en el intervalo $[0,1]$.
- Consumidores; también hay un continuo de ellos en el intervalo $[0,1]$.

El gobierno actúa estratégicamente y escoge cuanto gastar en provisión de bienes públicos, cuanto tomar prestado y si declarar un impago. Asumimos que los ingresos fiscales son una fracción constante del producto. Nuestro análisis se centra en el problema de decisión del gobierno. Los inversores internacionales compran los bonos del gobierno. Estos inversores son neutrales al riesgo y no tienen restricciones de liquidez. Los supuestos de neutralidad al riesgo y ausencia de restricciones de liquidez son compatibles con la existencia de inversores aversos al riesgo, pero con carteras bien diversificadas. Dado que el país es pequeño, las compras de deuda de este país constituyen una parte mínima de sus carteras. Los inversores internacionales coordinan sus expectativas con una variable estocástica del tipo de “mancha solar”. Los consumidores valoran el consumo de bienes privados y públicos, y tienen una función de utilidad $u(c, g)$ y una utilidad intertemporal de $E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, g_t)$, donde $\beta \in (0,1)$ es el factor de descuento.

Asumir un continuo de agentes es el procedimiento formal por el cual cualquier agente individual (el individuo 0.4317..., por ejemplo) tiene masa cero con respecto al total de individuos. Esto garantiza que sus decisiones individuales no afectan al agregado, y por tanto no existe la posibilidad de comportamiento estratégico por parte de estos agentes individuales. En este modelo solo el gobierno va a tener un comportamiento estratégico, en el sentido de internalizar que sus acciones tienen un impacto sobre las acciones de los demás agentes. De hecho, la falta de compromiso del gobierno implica que el gobernante actual no tiene capacidad para comprometer a los gobernantes futuros a un determinado plan de acción, por lo que se trata de un juego dinámico estratégico entre gobiernos sucesivos.

El estado de la economía en un momento determinado del tiempo viene dado por el vector $s = (B, z_{-1}, \zeta)$, donde

- B es la deuda viva existente.
- z_{-1} es un indicador de la existencia de un impago en la deuda en el pasado o no: $z_{-1} = 1$ no, $z_{-1} = 0$ si.
- ζ es la realización de una variable estocástica no relacionada con los fundamentales (lo llamamos una mancha solar, en traducción del término en inglés “sunspot”)

El total de producto disponible en esta economía es $y(z) = Z^{1-z}\bar{y}$ donde $1 > Z > 0$ es un parámetro y $(1 - Z)$ se interpreta como la pérdida de producto derivada de un impago pasado de la deuda.

3. Las manchas solares

La variable “manchas solares” (del inglés “sunspot”) sirve para coordinar las expectativas de los inversores internacionales. Si el nivel de deuda es suficientemente bajo, el valor de la mancha solar no importa puesto que el gobierno hará frente a sus deudas con independencia de lo que hagan los inversores internacionales. En caso contrario las manchas solares tienen efectos reales. Piense, por ejemplo, en las calificaciones que las agencias del tipo Moody’s, Fitch o S&P asignan a la deuda de distintos países (aunque no queremos implicar de ninguna manera que dichas calificaciones sean aleatorias). Un cambio en dichas calificaciones puede coordinar las expectativas de los inversores internacionales, más allá del impacto que puedan tener los cambios en las variables fundamentales.

Supongamos que la variable manchas solares, $\zeta \in U[0,1]$, sale de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Si el valor de dicha variable supera un cierto umbral, $\zeta \geq 1 - \pi$, es decir, si las noticias son suficientemente malas, entonces los inversores entran en pánico y esperan que pueda desencadenarse una crisis. Aquí π , $0 < \pi < 1$, es un número arbitrario dado exógenamente, y es la probabilidad de que se desencadene un pánico entre los inversores. Que este pánico se auto-cumpla y acabe generando una crisis dependerá de las variables fundamentales. Si un individuo tiene la certeza de que un gobierno no va a declarar un impago aun si el conjunto de todos los inversores entra en pánico y no compran las nuevas emisiones de deuda de este país, entonces este individuo no tiene ninguna razón a nivel individual para no comprar dicha deuda. Si todos los inversores piensan igual (de ahí la coordinación de las expectativas) entonces el pánico no se auto-cumple. En cambio, si un individuo sospecha que, si el gobierno fracasa en la re-financiación de su deuda va a declarar un impago, entonces no el individuo acudirá a la subasta de deuda. Si todos los inversores actúan de la misma manera, entonces se producirá un impago, validando las expectativas de los inversores.

Cass y Shell (1983) fueron los primeros en modelar este tipo de variables aleatorias en un modelo económico dinámico con la posibilidad de equilibrios múltiples. Lo llamaron una mancha solar en referencia al estudio de Jevons (1878) que, dada la escasa evidencia histórica disponible, había establecido una relación entre los ciclos económicos en el Reino Unido y la actividad de manchas solares. La referencia a dichas manchas solares es un tanto desafortunada: Los aumentos sustanciales en

la actividad de las manchas solares, que ocurren cada 11 a 14 años, afectan significativamente a la agricultura. Harrison (1976), por ejemplo, presenta evidencia de una relación entre la actividad de las manchas solares y el rendimiento de los cultivos agrícolas. Más aun, geofísicos como Xu et al. (2021) modelizan las manchas solares como el resultado de dinámicas complejas y no lineales, pero deterministas, y no como variables estocásticas.

4. El problema que soluciona el gobierno

Suponemos que el gobierno es benevolente en el sentido de que maximiza la utilidad de los consumidores sujeto a su restricción presupuestaria y la reacción de los inversores internacionales. También asumimos que tanto el gobierno como los consumidores e inversores descuentan el futuro por el mismo factor. En este caso los consumidores juegan un papel pasivo, pero más adelante discutimos extensiones en que los consumidores toman decisiones de oferta de trabajo frente a cambios en los tipos impositivos. También discutimos una generalización del modelo en que los agentes tienen distintos factores de descuento.

Considere el problema de optimización de un gobierno benevolente, que actúa en el mayor interés de sus ciudadanos. Expresamos esto mediante una función de utilidad, $u(c, g)$, que depende del consumo privado y del consumo público. Hacemos los supuestos de que la función $u(c, g)$ es separable, cóncava y continuamente diferenciable, estrictamente creciente en ambos consumos, y estrictamente cóncava en el gasto público g . Estos supuestos son útiles para caracterizar el comportamiento óptimo del gobierno.

Dados unos ingresos fiscales de $\theta y(z)$, donde θ es el tipo impositivo que consideramos como dado e $y(z)$ es el nivel de producto, el gobierno elige c, g, B', z para solucionar el problema escrito en forma recursiva:

$$\begin{aligned}
 V(s) &= \max u(c, g) + \beta EV(s') \\
 \text{s.a. } &c = (1 - \theta)y(z) \\
 &g + zB = \theta y(z) + q(B', s)B' \\
 &z \in \{0, 1\} \\
 &z = 0 \text{ si } z_{-1} = 0.
 \end{aligned}$$

Aquí, $V(s)$ representa la función de valor, como función de las variables de estado, que es la función de utilidad en este periodo más el valor esperado descontado de la función de valor en el periodo siguiente (como función del estado de la economía en el siguiente periodo, s'), con β , $1 > \beta > 0$, como factor de descuento.

Para empezar con el problema más sencillo hemos asumido que la deuda tiene madurez de un periodo. Estas simplificaciones hacen que el problema sea mucho más sencillo de solucionar. En realidad, los impagos rara vez implican la desaparición total de la deuda y la exclusión permanente de los mercados financieros. En la mayor parte de los casos de impago se abre un proceso de negociación con los acreedores o con instituciones internacionales que acaba resultando en una reestructuración de la deuda, que suele consistir en una reducción parcial de la cuantía de la deuda y la extensión de los pagos (se alarga la madurez). A su vez los países vuelven a tener acceso a crédito, a veces de forma inmediata y a veces después de algún tiempo. Existen muchos estudios sobre el tema de la renegociación de la deuda en caso de impago, véase Yue (2010), Cruces y Trebesch (2013), Arellano y Bai (2014), Almeida et al. (2018), entre otros.

5. Los inversores internacionales

Suponemos que existe un continuo (de medida 1) de inversores internacionales. Estos inversores tienen preferencias lineales y descuentan el futuro por el mismo factor β . De esta forma estarán dispuestos a aceptar comprar cualquier cantidad de deuda que tenga un rendimiento esperado igual al rendimiento que pueden obtener en un activo seguro con un rendimiento fijo.

Por tanto, la valoración de los bonos es

$$q(B', s) = \beta \times Ez(B', s', q(B'(s'), s')).$$

precio del bono = precio libre de riesgo \times probabilidad de repago

Aquí la función $z(B, s, q)$ es la variable que toma valor 1 en caso de repago. Por lo que el valor esperado de esa función es la probabilidad de repago en el siguiente periodo, que es función de la cantidad de deuda en el periodo siguiente y el precio al cual el gobierno en el periodo siguiente puede tomar prestado, $q' = q(B'(s'), s')$.

6. La secuencia temporal en la toma de decisiones

En este tipo de problemas la secuencia temporal tiene un papel fundamental. Esquemáticamente, esta es la secuencia que suponemos dentro de un periodo:

1. Una vez conocido ζ_t , el estado de la economía al inicio del periodo t es $s_t = (B_t, z_{t-1}, \zeta_t)$

↓

2. El gobierno decide en la cuantía de deuda para ofrecer en la subasta pública, B_{t+1}

↓

3. Los inversores deciden si compran o no B_{t+1} , y el precio q_t se determina

↓

4. El gobierno decide si repagar la deuda o no, z_t , y esto determina (y_t, c_t, g_t)

Cuando el gobierno decide en la fase 2 cuanta deuda ofrecer a la venta conoce la estructura de precios de la deuda, dado que es función de la deuda que se quiere colocar en el mercado y del estado de la economía. El gobierno decide si prefiere colocar un millón de euros al 2% o si colocar cinco millones de euros al 3%. Aquí el tipo de interés es $1/q-1$, y es creciente en el nivel de deuda. Por último, el gobierno no tiene la capacidad de comprometerse a no declarar un impago en la fase 4. Esto implica que el gobierno, una vez ha conseguido los recursos derivados de la venta de la deuda en la fase 3, podría declarar la suspensión de pagos en la fase 4. Justamente por eso en la fase 3 los inversores tienen que anticipar si el gobierno va a decidir el impago en la fase 4, solo en caso de respuesta negativa los inversores estarán dispuestos a comprar la deuda ofrecida por el gobierno. Y los inversores, dada su información, anticipan perfectamente si el gobierno va a declarar un impago en la fase 4 o no. Esta especificación de la secuencia temporal, propuesta por primera vez por Cole y Kehoe (1996), es muy conveniente para examinar crisis de liquidez. Los inversores prestan o no al gobierno en función de sus expectativas de un impago, y a su vez que el gobierno pueda o no vender deuda determina sus incentivos para declarar un impago. Esto ofrece la posibilidad de un doble equilibrio (bajo ciertos valores de los fundamentales) en que las expectativas se auto-cumplen y que ocurre dentro del mismo periodo bajo la

misma información. No existe nueva información que sea necesaria para la existencia de ese doble equilibrio (inversores y gobiernos tienen toda la información necesaria).

En modelos donde el énfasis se pone en las crisis de solvencia la secuencia temporal suele ser distinta. Esto ocurre en los análisis de Eaton y Gersovitz (1981), Hamman (2002), Aguiar y Gopinath (2006), o Arellano (2008), y muchos otros estudios posteriores. En estos casos el gobierno observa el estado de la economía, decide si declarar o no un impago, y solo después decide cuanta deuda poner a la venta para el periodo siguiente. Esto no quiere decir que no puedan introducirse crisis de liquidez con este tipo de secuencia temporal, pero entonces representan un problema intertemporal donde los inversores deben formar expectativas en este periodo acerca de eventos que determinarán la decisión de impago en el periodo siguiente.

7. La definición de un equilibrio recursivo

Dada la secuencia temporal, las decisiones constituyen un juego dinámico, donde el gobierno en la fase 2 tiene en cuenta como los inversores se van a comportar en la fase 3 y como el gobierno se va a comportar en la fase 4. Asimismo, los inversores en la fase 3 también tienen en cuenta cómo se va a comportar el gobierno en la fase 4. El concepto de equilibrio en juegos dinámicos es el equilibrio perfecto en subjuegos, y suele haber muchos de estos (o un continuo, dado que se trata de un juego dinámico con horizonte infinito). Como es habitual en esta literatura, vamos a restringir nuestro análisis a los equilibrios de Markov, que constituyen un caso especial de equilibrio perfecto en subjuegos donde restringimos las estrategias de los individuos a ser función exclusivamente del valor de las variables de estado en cada momento del tiempo. Esto elimina la posibilidad, sin duda interesante, de soluciones más complejas donde las acciones en un determinado momento sean función de la historia de acciones de los individuos, y donde los aspectos reputacionales juegan un papel crucial. Restringir el análisis a equilibrios de Markov tiene la ventaja de permitirnos definir y computar el equilibrio de forma recursiva.

En el equilibrio el valor de π es arbitrario, que implica que hay un continuo de equilibrios, uno para cada valor de π . Si dejamos que el vector de variables de estado incluya el nombre del año, hay aún más posibilidades: Podemos imaginar que un pánico puede ocurrir solamente en años de números impares o solamente en años de números primos.

Definición: Un equilibrio consiste en una función de valor $V(s)$, con funciones de política asociadas, $B'(s)$, $z(B', s, q')$, y $g(B', s, q')$, y una función de precios de la deuda $q(B', s)$ tal que:

1. Al principio del periodo, dadas la función de precios de la deuda $q(B', s)$ y las funciones de política del gobierno al final del periodo, $z(B', s, q')$ y $g(B', s, q')$, la función de política $B'(s)$ es la solución del problema del gobierno de escoger B' para resolver

$$\begin{aligned}
 V(s) &= \max u(c, g) + \beta EV(s') \\
 \text{s.a. } c &= (1-\theta)y(z(B', s, q(B', s))) \\
 g(B', s, q(B', s)) &+ z(B', s, q(B', s))B = \theta y(z) + q(B', s)B'.
 \end{aligned}$$

2. La función de precios de la deuda $q(B', s)$ vacía el mercado de bonos:

$$q(B'(s), s) = \beta E z(B'(s), s', q(B'(s'), s')).$$

3. Al final del periodo, dada la función de valor $V(s') = V(B', z, \zeta')$, el precio de bonos $q = q(B'(s), s)$ y la oferta de deuda nueva $B' = B'(s)$, las funciones de política $z(B', s, q)$ y $g(B', s, q)$ son la solución del problema del gobierno de escoger z y g para resolver

$$\begin{aligned}
 \max u(c, g) &+ \beta EV(B', a', z, \zeta') \\
 \text{s.a. } c &= (1-\theta)y(a, z) \\
 g + zB &= \theta y(a, z) + q' B' \\
 z &\in \{0, 1\}, z = 0 \text{ si } z_{-1} = 0.
 \end{aligned}$$

Algunas aclaraciones son pertinentes. En primer lugar, observe que en el apartado 2, el precio de la deuda que se vende este periodo, B' , es función del precio de la deuda que se va a vender el periodo siguiente, $q(B'(s'), s')$. En segundo lugar, en el apartado 3 q y B' ya se han determinado, y por lo tanto se trata de números y no funciones.

8. La caracterización del equilibrio

Observe que la condición de equilibrio en la parte 2 de la definición de un equilibrio es potencialmente un problema difícil de encontrar un punto fijo en el espacio de las funciones de precio de los bonos: la misma función aparece en ambos lados de la ecuación, en el lado izquierdo para el precio de este período y en el lado derecho para el precio esperado en el próximo período. Ahora mostramos que nuestra suposición de que los inversionistas internacionales son neutrales al riesgo nos permite simplificar este problema para encontrar dos umbrales para la deuda, el umbral inferior \bar{b} y el umbral superior $\bar{B}(\pi)$.

La caracterización del equilibrio en términos de \bar{b} y $\bar{B}(\pi)$ es el principal aporte teórico de este artículo, por lo que vale la pena repetirlo con otras palabras:

- Si la deuda es inferior al umbral inferior, $B \leq \bar{b}$, entonces el gobierno no declara un incumplimiento en ningún caso, incluso si los inversores entran en pánico y el gobierno no puede refinanciar su deuda. Dado que los inversionistas internacionales entienden que el gobierno siempre renueva la deuda si $B \leq \bar{b}$ en equilibrio ignoran las manchas solares, incluso cuando $\zeta > 1 - \pi$. Del mismo modo, si no hay crisis en el período actual, y si $B' \leq \bar{b}$, entonces los inversores están dispuestos a pagar el precio libre de riesgo $q(B', s) = \beta$ en la subasta de deuda. Cole y Kehoe llaman a la zona de la deuda donde está la zona segura.
- En el otro extremo, si la deuda es mayor que el umbral superior $B > \bar{B}(\pi)$, entonces para maximizar la función objetivo del gobierno es mejor declarar el incumplimiento incluso si hay inversionistas dispuestos a continuar prestándole a este gobierno. El servicio de la deuda es demasiado grande y el gobierno prefiere sufrir el costo de un incumplimiento para eliminar sus deudas.
- Para niveles intermedios de deuda, $\bar{b} < B \leq \bar{B}(\pi)$, el gobierno no declara un impago siempre y cuando siga teniendo acceso a crédito, pero declarará un impago si existe un pago entre los inversores, lo que ocurre cuando la variable mancha solar $\zeta > 1 - \pi$. A esta área Cole y Kehoe la denominaron la zona de crisis, puesto que es la zona en que con probabilidad π los inversores entren en pánico y, dado el nivel de deuda, el pánico se cumple por sí solo.

Ahora caracterizamos la función de precios de la deuda $q(B', s)$. Una vez un gobierno ha declarado un impago no existe ningún incentivo a repagar deuda, esto es una consecuencia inmediata de que los costes de un impago son permanentes. Recordemos, el único motivo por el cual un gobierno sin capacidad de compromiso repaga la deuda es evitar los costes presentes y futuros de un impago. Una vez ya el gobierno ha pagado los costes, por tanto, nada al gobierno provee ningún incentivo a repagar, y como consecuencia el precio de la deuda es cero: $q(B', (B, 0, \zeta)) = 0$, o dicho más llanamente, ningún inversor está dispuesto a dar prestado al gobierno.

Si el país entra en una crisis de deuda, es decir si $B > \bar{b}$ y $\zeta \geq 1 - \pi$, entonces también $q(B', (B, 1, \zeta)) = 0$. Cuando la deuda pendiente de pago está dentro de la zona de crisis, si hay un pánico el gobierno realizará un impago, por lo que los inversores no están dispuestos a comprar ninguna cuantía de deuda nueva B' . En cualquier otro caso el precio de la deuda q depende exclusivamente de la cantidad de deuda que se quiera colocar en el mercado B' .

$$q(B', (B, 1, \zeta)) = \begin{cases} \beta & \text{si } B' \leq \bar{b} \\ \beta(1 - \pi) & \text{si } \bar{b} < B' \leq \bar{B}(\pi) \\ 0 & \text{si } \bar{B}(\pi) < B' \end{cases}$$

La intuición es muy sencilla. Si en el próximo periodo la deuda va a estar por debajo del umbral inferior, entonces el gobierno va a repagar con probabilidad uno. Esa deuda es perfectamente segura, y por lo tanto su precio es el factor de descuento, o dicho de otra manera, el tipo de interés es el tipo de interés sin riesgo: $1/\beta - 1$ (la prima de riesgo es cero).

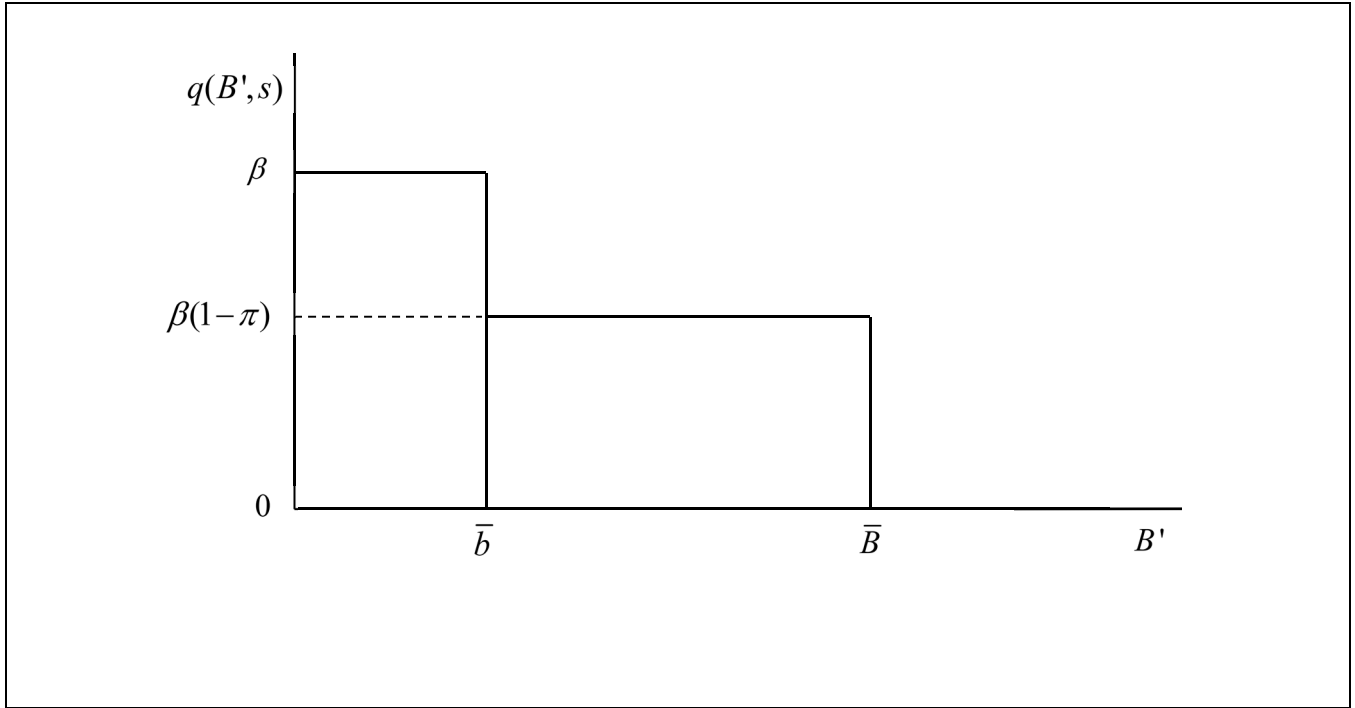


Figura 1. El precio de la deuda $q(B', s)$ como función de la cantidad vendida B' .

Si el cantidad de deuda vendida es superior al umbral superior $\bar{B}(\pi)$, el gobierno declara un impago aun en el caso de que no haya pánicos. Dado que el impago es un caso seguro el precio de la deuda es $q = 0$. Dicho de otra manera, los inversores no están dispuesto a comprar un nivel de deuda tan grande.

Por último, si el gobierno vende un nivel de deuda dentro de la zona de crisis, en el periodo siguiente el gobierno pagará solo en caso de que no se dé un pánico, lo que ocurre con probabilidad $1 - \pi$.

9. La política de deuda óptima

Dados los supuestos que hemos hecho, podemos calcular el umbral inferior explícitamente.

Primero, calculamos la función objetivo en caso de impago, si $s = (B, z_{-1}, \zeta) = (B, 0, \zeta)$ entonces la función de valor es:

$$V(B, 0, \zeta) = \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta}.$$

Se trata de la función de utilidad donde el consumo privado es igual a la renta neta de impuestos y el consumo público es igual a la recaudación fiscal. El producto es $Z\bar{y} < \bar{y}$. Esta situación es permanente, y de ahí el denominador de $1 - \beta = 1 / \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t$.

De esa manera, el umbral inferior \bar{b} se puede calcular como:

$$u((1-\theta)\bar{y}, \theta\bar{y} - \bar{b}) + \frac{\beta u((1-\theta)\bar{y}, \theta\bar{y})}{1-\beta} = \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta}$$

Es decir, \bar{b} es el nivel máximo de deuda que el gobierno está dispuesto a pagar al 100% para evitar una crisis de deuda si hay pánico entre los inversionistas. En caso de que los inversores no compren la nueva deuda B' , si el gobierno repaga el 100% de su deuda $B = \bar{b}$, el gasto público en este periodo es $g = \theta\bar{y} - \bar{b}$ y en el periodo siguiente la deuda es cero. En ese caso a partir del periodo siguiente la deuda sería siempre cero, dado que el gobierno no tiene ningún incentivo a emitir deuda para trasladar consumo futuro al presente (o viceversa) cuando $q = \beta$. Observe que esto no puede ocurrir en equilibrio: Los inversores saben que el gobierno va a repagar y no entran en pánico si $B \leq \bar{b}$ aun si $\zeta > 1 - \pi$.

Si la deuda fuera un poquito mayor, $B = \bar{b} + \varepsilon$, la parte derecha sería mayor que la izquierda, indicando que en caso de un pánico de los inversores el gobierno preferiría un impago a repagar el 100% de la deuda. Dado ese umbral inferior, la política óptima para niveles de deuda inferior consiste en la refinanciación de esta deuda a perpetuidad. Cuando $q = \beta$, el gobierno quiere mantener el consumo privado y público constante. No existe incentivo a aumentar la deuda (consumo decreciente) o disminuirla (consumo creciente). Por tanto, si $s = (B, z_{-1}, \zeta) = (B, 1, \zeta)$, la política óptima es $B'(B, 1, \zeta) = B$ y la función de valor es

$$V(B, 1, \zeta) = \frac{u((1-\theta)\bar{y}, \theta\bar{y} - (1-\beta)B)}{1-\beta}.$$

En ese tramo las manchas solares son irrelevantes y no tienen consecuencias reales.

Podemos caracterizar la política óptima del gobierno en la zona de crisis utilizando la condición de primer orden del gobierno para B_{t+1} :

$$q_t u_g(g_t) = \beta(1-\pi)u_g(g_{t+1}).$$

Nuestros supuestos sobre $u(c, g)$ implican que mientras B_{t+1} esta en la zona de crisis es óptimo mantener g_t constante. Si el gobierno aumenta la deuda manteniendo g_t constante, eso implica que la deuda eventualmente llega al umbral superior, donde el gobierno declara un impago, y no puede ser óptimo. En consecuencia, el gobierno reduce su deuda hasta que llega a la zona segura o la mantiene constante. Es fácil comprobar que si reduce la deuda, la reduce hasta \bar{b} , no a un nivel inferior en la zona segura. Supongamos que el gobierno reduce la deuda hasta \bar{b} en T periodos, $T = 1, 2, \dots, \infty$. La posibilidad de que $T = \infty$ permite al gobierno mantener la deuda constante. El nivel de gasto constante g_t a lo largo de la secuencia de tiempo es

$$g_t = g^T(B_0).$$

Usando la secuencia de restricciones presupuestarias del gobierno, podemos calcular

$$g^T(B_0) = \theta \bar{y} - \frac{1 - \beta(1 - \pi)}{1 - (\beta(1 - \pi))^T} (B_0 - (\beta(1 - \pi))^{T-1} \beta \bar{b}).$$

Observe que

$$g^\infty(B_0) = \lim_{T \rightarrow \infty} g^T(B_0) = \theta \bar{y} - (1 - \beta(1 - \pi)) B_0.$$

Entonces, computamos $V^T(B_0)$ como:

$$\begin{aligned} V^T(B_0) &= \frac{1 - (\beta(1 - \pi))^T}{1 + \beta(1 - \pi)} u((1 - \theta)\bar{y}, g^T(B_0)) \\ &+ \frac{1 - (\beta(1 - \pi))^{T-1}}{1 + \beta(1 - \pi)} \frac{\beta \pi u((1 - \theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1 - \beta} \\ &+ (\beta(1 - \pi))^{T-2} \frac{\beta u((1 - \theta)\bar{y}, \theta \bar{y} - (1 - \beta)\bar{b})}{1 - \beta} \end{aligned}$$

Cole y Kehoe (1996) y Conesa y Kehoe (2017) hacen el álgebra para calcular esta expresión.

Para calcular el umbral superior $\bar{B}(\pi)$, calculamos la expresión:

$$\begin{aligned} V(\bar{B}(\pi)) &= \max [V^1(\bar{B}(\pi)), V^2(\bar{B}(\pi)), \dots, V^\infty(\bar{B}(\pi))] \\ &= u((1 - \theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y} + \beta(1 - \pi)\bar{B}(\pi)) + \beta \frac{u((1 - \theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1 - \beta}. \end{aligned}$$

Es decir, el umbral superior es el nivel de deuda tal que el gobierno está indiferente entre repagar o cobrar el dinero de la emisión de deuda (al máximo posible) y después declarar un impago. Observe que si el gobierno ofrece a subasta un nivel de deuda $B' > \bar{B}(\pi)$, los inversores internacionales no están dispuestos a comprarla y $q(B',s) = 0$, con independencia de ζ .

Resumiendo, podemos escribir la función de valor como

$$V(B,1,\zeta) = \begin{cases} \frac{u((1-\theta)\bar{y}, \theta\bar{y} - (1-\beta)B)}{1-\beta} & \text{si } B \leq \bar{b} \\ \max[V^1(B), V^2(B), \dots, V^\infty(B)] & \text{si } \bar{b} < B \leq \bar{B}(\pi), \zeta \leq 1-\pi \\ \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta} & \text{si } \bar{b} < B \leq \bar{B}(\pi), \zeta > 1-\pi \\ \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta} & \text{si } \bar{B}(\pi) < B \end{cases}$$

La función de valor tiene una discontinuidad en $B = \bar{B}(\pi)$. Si $B = \bar{B}(\pi) + \varepsilon$, el gobierno declararía un impago aun si tuviera una subasta con éxito, pero, como los inversores internaciones saben eso, no comprarán la nueva deuda B' . Por tanto,

$$V(\bar{B}(\pi) + \varepsilon, 1, \zeta) = \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta} < u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y} + \beta(1-\pi)(\bar{B}(\pi) + \varepsilon)) + \beta \frac{u((1-\theta)Z\bar{y}, \theta Z\bar{y})}{1-\beta}.$$

En la Figura 2, representamos las posibilidades de las políticas de deuda óptimas que dependen de la deuda inicial.

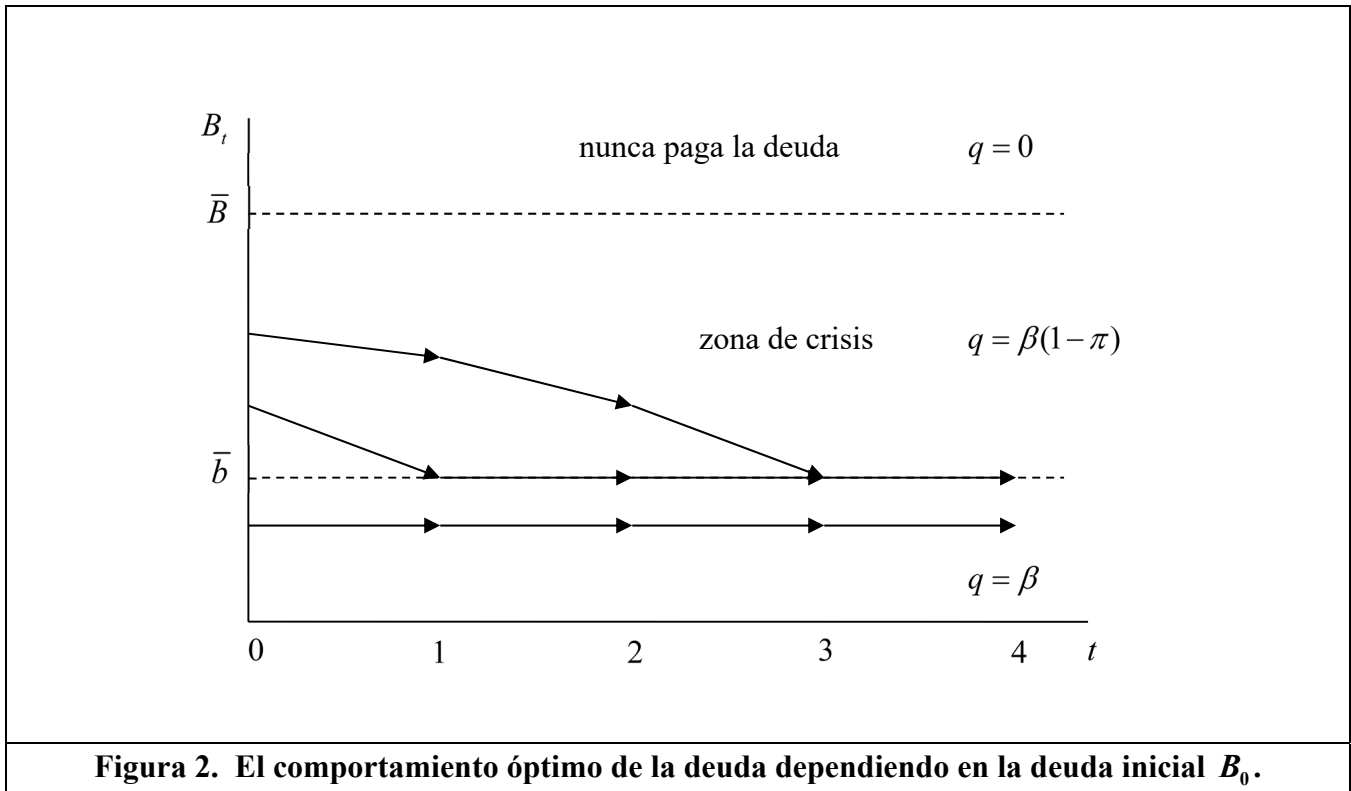


Figura 2. El comportamiento óptimo de la deuda dependiendo en la deuda inicial B_0 .

10. Una versión del modelo con bonos de madurez larga

Durante la crisis de la UEM en 2010–13, países como España tenían deuda de una madurez promedio de seis años o más. En contraste, durante la crisis de deuda mexicana en diciembre de 1994 y enero de 1995, la madurez media de la deuda era de tan solo nueve meses. Conesa y Kehoe (2017) presenta una versión del modelo calibrado a la economía española en el que un periodo es un año. Para modelar la madurez mayor a un periodo generalizan el modelo que hemos presentado hasta ahora con la técnica analítica introducida por Hatchondo y Martínez (2009) y Chatterjee y Eyigungor (2012). Cole y Kehoe (1996) construyen un modelo de la economía mexicana en el cual un periodo es de nueve meses. Ellos argumentan que el gobierno mexicano podría haber prevenido la crisis de 1994–95 comprando la deuda de corta madurez y emitiendo deuda de larga madurez, pero el argumento se basa en una modelización complicada de la deuda de larga madurez.

En el modelo de bonos de madurez larga, siguiendo el enfoque de Hatchondo y Martínez (2009) y Chatterjee y Eyigungor (2012), el problema del gobierno es escoger c, g, B', z para solucionar el problema:

$$\begin{aligned}
V(s) &= \max u(c, g) + \beta EV(s') \\
\text{s.a. } c &= (1-\theta)y(z) \\
g + z\delta B &= \theta y(z) + q(B', s)(B' - (1-\delta)B) \\
z &\in \{0, 1\} \\
z &= 0 \text{ if } z_{-1} = 0.
\end{aligned}$$

Aquí δ , $0 \leq \delta \leq 1$, es la fracción del total de la deuda que vence en cada periodo. Esta forma de introducir madurez más larga permite que el servicio de la deuda sea una fracción de esta, pero que a la vez no sea necesario tener en cuenta la estructura del conjunto de la deuda pública, lo que haría el problema intratable computacionalmente. La deuda de mayor madurez implica un menor valor de δ : De hecho, el vencimiento medio de la deuda es $1/\delta$.

Esta formulación es particularmente atractiva porque proporciona una fórmula recursiva y manejable para calcular el precio de los bonos:

$$q(B', s) = \begin{cases} \beta[\delta + (1-\delta)Eq(B'(B', s), s')] & \text{si } B' \leq \bar{b} \\ \beta(1-\pi)[\delta + (1-\delta)Eq(B'(B', s), s')] & \text{si } \bar{b} < B' \leq \bar{B}(\pi) . \\ 0 & \text{si } \bar{B}(\pi) < B' \end{cases}$$

Observe que el precio de los bonos en el período actual depende del precio esperado de los bonos en el período subsiguiente.

En este caso, el modelo no tiene solución analítica, por lo que recurrimos a una solución numérica. Para ello, calibramos el modelo siguiendo la misma estrategia que en Conesa y Kehoe (2017). Para resolver el modelo elegimos la siguiente función de utilidad:

$$u(c, g) = \log(c) + \gamma \log(g - \bar{g}).$$

Un período corresponde a un año, y los parámetros que utilizamos son los de la Tabla 1.

parámetro	valor	objetivo
\bar{y}	100.0	normalización
Z	0.95	coste de impago 5% (Cole y Kehoe, 1996)
β	0.98	tipo de interés libre de riesgo 2%
π	0.04	tipo de interés en la zona de crisis 6%
γ	0.20	valor arbitrario
θ	0.36	ingresos fiscales como fracción de producto
\bar{g}	25.0	gasto publico mínimo
Tabla 1: Parámetros en el modelo cuantitativo		

Véase Conesa y Kehoe (2017) para una discusión detallada de los valores escogidos.

Podemos variar δ para comprender el impacto de aumentar el vencimiento de la deuda. Para ello evaluaremos los resultados numéricos para los valores de $\delta \in \{1, 1/6, 1/30\}$, correspondientes a una deuda de uno, seis o treinta años de madurez, respectivamente. Escogemos seis años puesto que es la madurez media de la deuda de países como España o Italia.

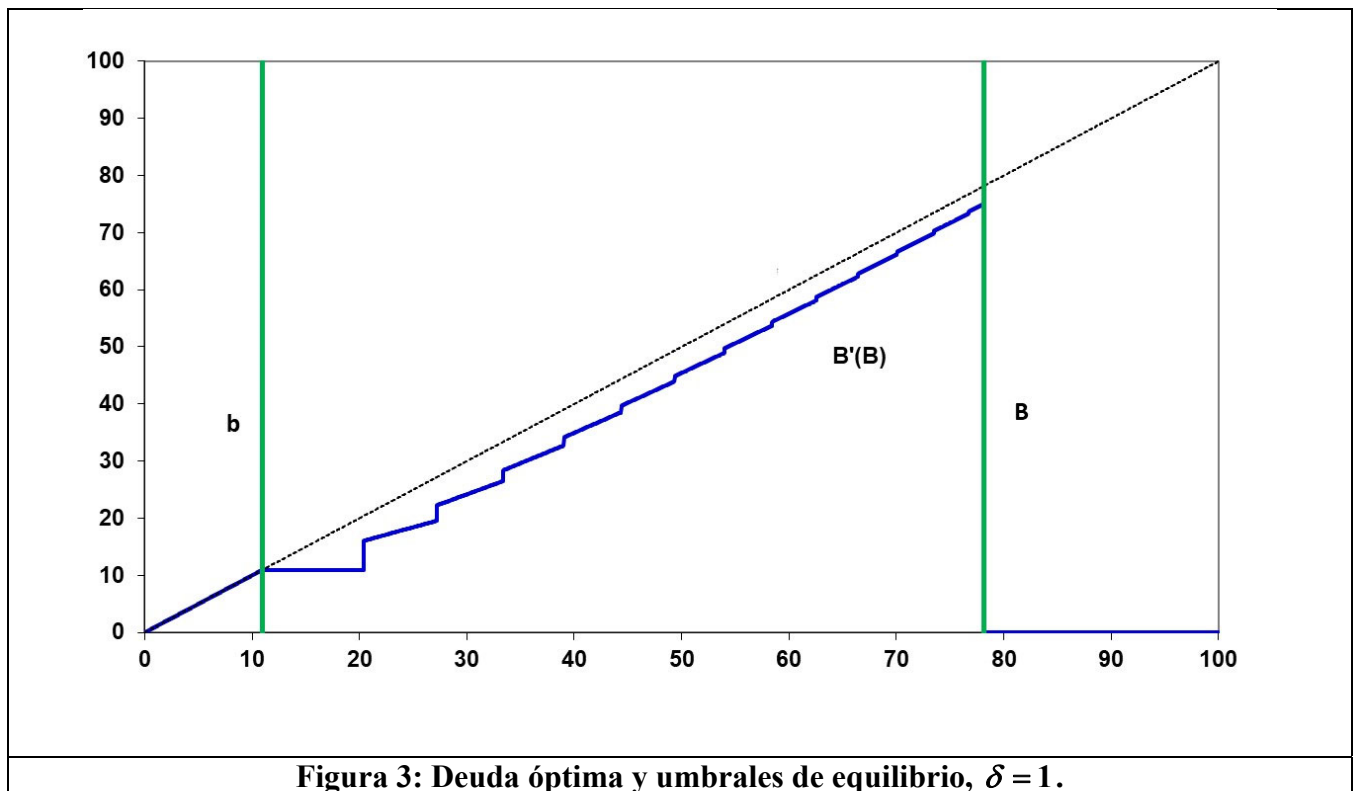
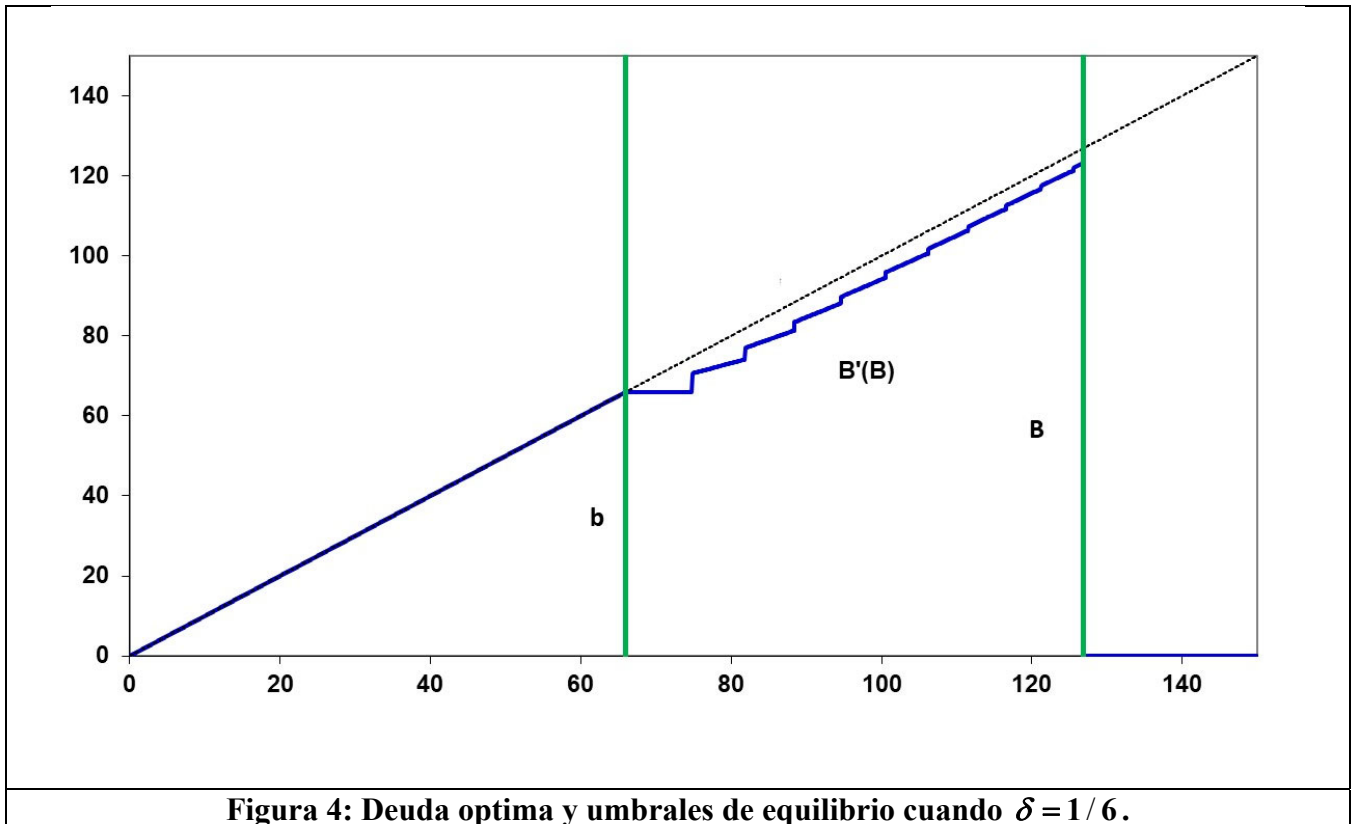
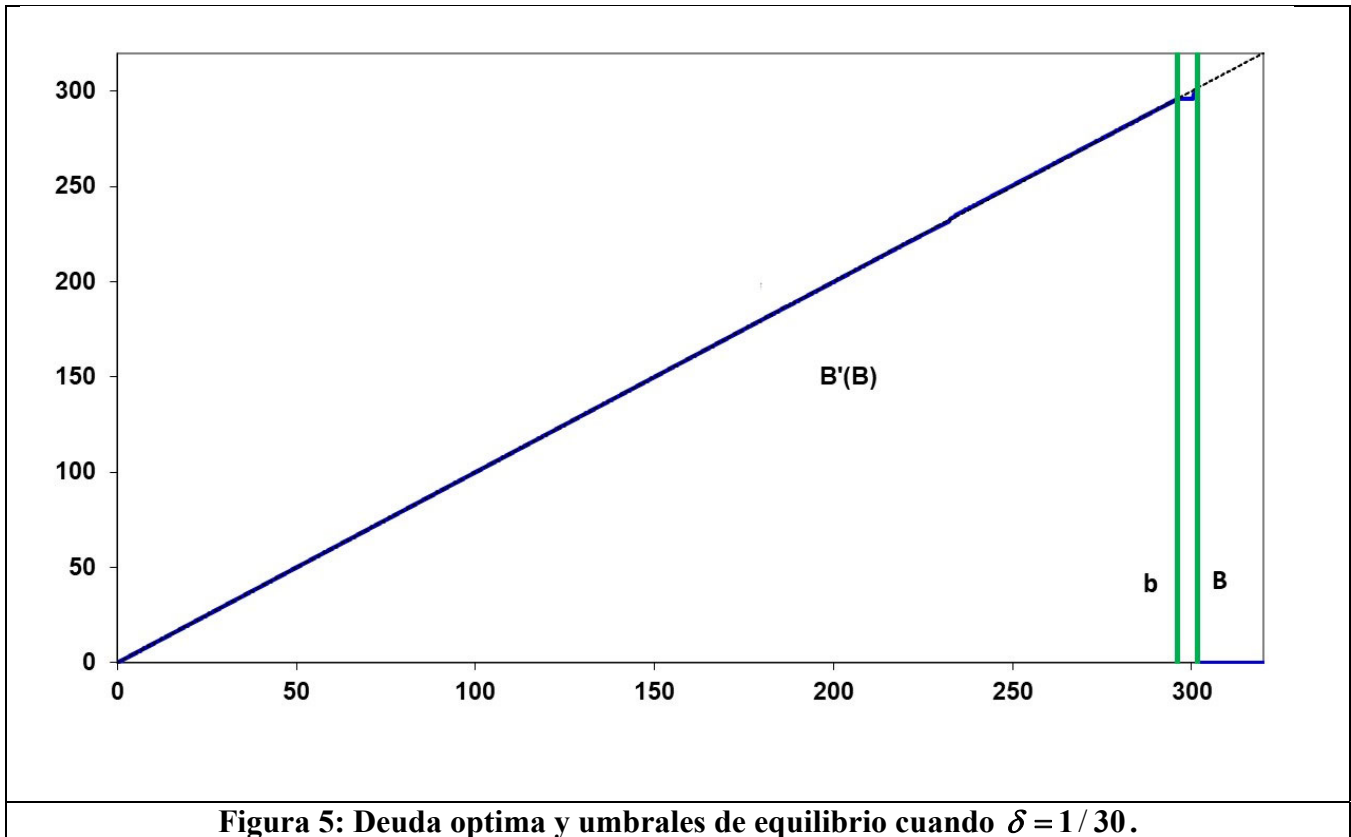


Figura 3 muestra que con una deuda de un año el umbral inferior es de poco más del 10% del producto, y que el umbral superior está en casi un 80% del producto. Con niveles relativamente bajos de deuda esta economía estaría expuesta a crisis de liquidez. Esto es normal, dado que en cada periodo el gobierno debe refinanciar el total de su deuda pública, por lo que aun niveles bajos de esta son imposibles de afrontar sin acceso a crédito. En la zona de crisis se ve claramente como la política óptima implica reducir la deuda en un número finito de periodos hasta el umbral inferior.



Cuando la deuda tiene una madurez de seis años los umbrales cambian considerablemente. Observamos en Figure 4 que el umbral inferior se sitúa alrededor del 65% del producto, y el umbral superior llega hasta casi el 130% del producto. Además, la zona de crisis es proporcionalmente menor que en el caso de $\delta = 1$.



Finalmente, con una madurez de la deuda de treinta años, observamos en figura 5 como el umbral inferior converge al umbral superior hacia un 300% del producto. Esto es, con deuda a treinta o más años las crisis de liquidez prácticamente desaparecen.

11. Un gobierno más impaciente que los inversores

Si la política óptima del gobierno es reducir la deuda cuando está en la zona de crisis, la pregunta que surge naturalmente es como acaba el gobierno dentro de esta. Cole y Kehoe (1996) proveen una respuesta a esta pregunta: Un gobierno que tiene un factor de descuento menor (es más impaciente) que los inversores o los consumidores quiere acumular más deuda. Conesa y Kehoe (2017) exploran otra respuesta: Un shock negativo y persistente en el producto puede hacer que un nivel de deuda que era seguro antes pueda estar ahora dentro de la zona de crisis. Mientras dura esa recesión el gobierno puede aumentar el nivel de deuda para suavizar la senda de consumo, apostando por una recuperación rápida. En esta sección estudiamos con detalle el enfoque de Cole y Kehoe (1996) modelando un gobierno impaciente, un enfoque que ahora se ha hecho habitual en la literatura sobre deuda soberana.

Supongamos entonces que el gobierno es sustancialmente más impaciente que los inversores internacionales. Esto puede ocurrir, por ejemplo, porque un determinado gobierno descuenta el futuro también por la probabilidad de ganar las próximas elecciones. Así, cuanto menor sea la probabilidad de ganar las próximas elecciones más impaciente será este gobierno.

Asumimos que el gobierno tiene un factor de descuento de $\beta = 0.90$, muy inferior al de los inversores internacionales de 0.98. Al mismo tiempo mantenemos la madurez de la deuda en un periodo.

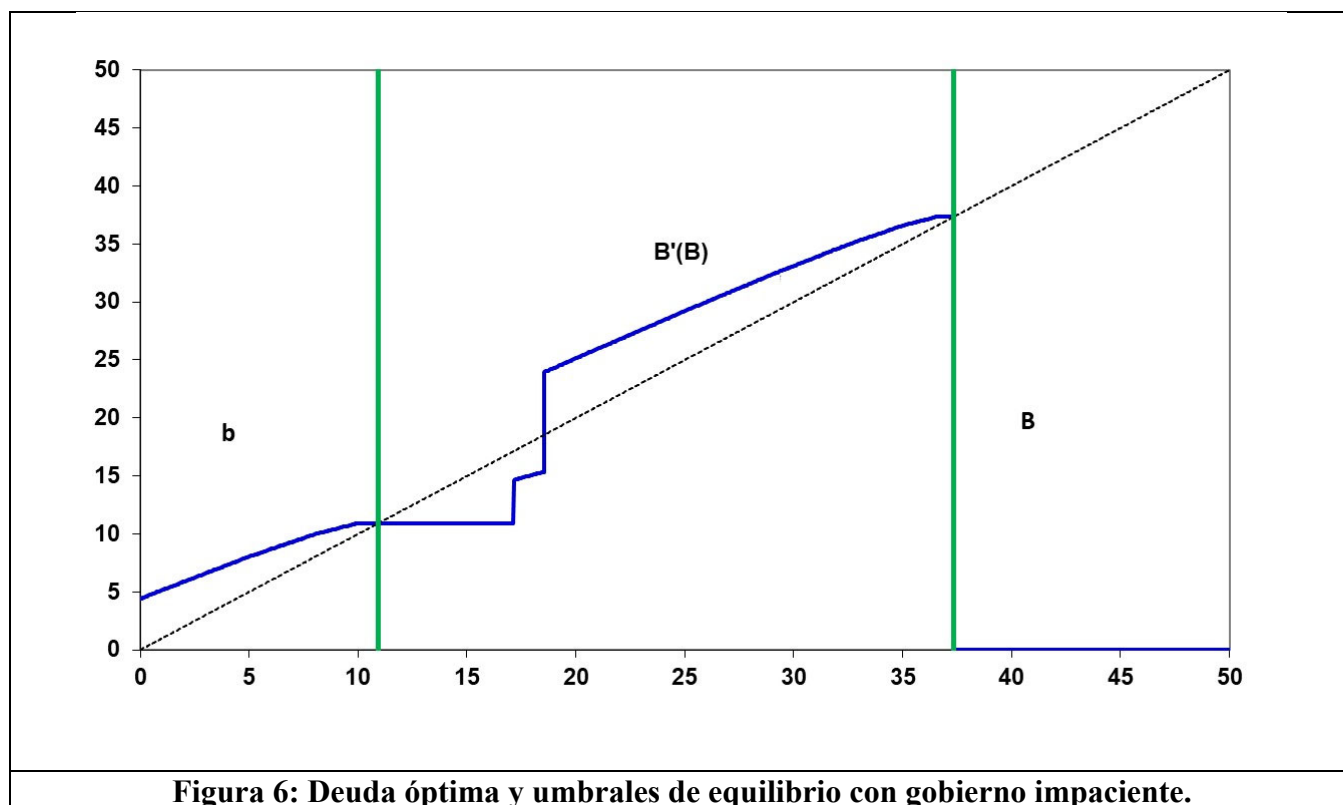


Figura 6: Deuda óptima y umbrales de equilibrio con gobierno impaciente.

En este caso, observamos cómo el gobierno decide aumentar sus niveles de deuda tanto dentro de la zona segura, como en la parte alta de la zona de crisis. Tan solo para niveles de deuda muy cercanos al umbral inferior el gobierno encuentra óptimo reducir su nivel de deuda. Por último, observamos como el umbral superior cae sustancialmente, desde el casi 80% del producto con un gobierno igual de paciente que los inversores hasta el 37% con un gobierno impaciente.

Referencias

- Aguiar, Mark y Gita Gopinath (2007), “Emerging market business cycles: The cycle is the trend,” *Journal of Political Economy*, 115(1), 69–102.
- Almeida, Victor, Carlos Esquivel, Timothy J. Kehoe y Juan Pablo Nicolini (2018), “Default and Interest Rate Shocks: Renegotiation Matters,” Federal Reserve Bank of Minneapolis, manuscrito inédito.
- Arellano, Cristina (2008), “Default risk and income fluctuations in emerging economies,” *American Economic Review*, 98(3), 690–712.
- Arellano, Cristina y Yan Bai (2014), “Renegotiation policies in sovereign defaults,” *American Economic Review*, 104(5), 94–100.
- Bocola, Luigi y Alessandro Dovis (2019), “Self-fulfilling debt crises: A quantitative analysis,” *American Economic Review*, 109(12), 4343–4377.
- Cass, David y Karl Shell (1983), “Do sunspots matter?” *Journal of Political Economy*, 91(2), 193–227.
- Chatterjee, Satyajit y Burcu Eyigungor (2012), “Maturity, indebtedness, and default risk,” *American Economic Review*, 102(6), 2674–2699.
- Cole, Harold L. y Timothy J. Kehoe (1996), “A self-fulfilling model of Mexico’s 1994–1995 debt crisis,” *Journal of International Economics*, 41(3–4), 309–330.
- Cole, Harold L. y Timothy J. Kehoe (2000), “Self-fulfilling debt crises,” *Review of Economic Studies*, 67(1), 91–116.
- Conesa, Juan Carlos y Timothy J. Kehoe (2017), “Gambling for redemption and self-fulfilling debt crises,” *Economic Theory*, 64(4), 707–740.
- Cruces, Juan J. y Christoph Trebesch (2013), “Sovereign defaults: The price of haircuts,” *American economic Journal: Macroeconomics*, 5(3), 85–117.
- Eaton, Jonathan y Mark Gersovitz (1981), “Debt with potential repudiation: Theoretical and empirical analysis,” *Review of Economic Studies*, 48(2), 289–309.
- García Rodríguez, Marta (2022), “Riesgo de impago y su interacción con los fundamentales: El caso de Grecia,” *Cuadernos Económicos de I.C.E.*, este número.
- Hamann, Franz (2002), “Sovereign risk and macroeconomic fluctuations,” Banco de la Republica de Colombia, Borradores de Economía, 225.
- Harrison, Virden L. (1976), “Do sunspot cycles affect crop yields?” Economic Research Service, U.S. Department of Agriculture, Agricultural Economic Report No. 327.
- Hatchondo, Juan Carlos y Leonardo Martinez (2009), “Long-duration bonds and sovereign defaults,” *Journal of International Economics*, 79(1), 117–125.
- Jevons, W. Stanley (1878), “Commercial crises and sun-spots,” *Nature*, 19(472), 33–37.
- Xu, Hengyu, Yu Fei, Chun Li, Jiajuan Liang, Xinan Tian y Zhongjie Wan (2021), “The North–South asymmetry of sunspot relative numbers based on complex network technique,” *Symmetry*, 13(11): artículo 2228.
- Yue, Vivian Z (2010), “Sovereign default and debt renegotiation,” *Journal of International Economics*, 80(2): 176–187.